

基于图像抽样重组的 2 维线性鉴别分析

程正东^{1), 2)} 章毓晋¹⁾ 樊祥^{2), 3)}

¹⁾ (清华大学电子工程系, 北京 100084) ²⁾ (合肥电子工程学院光电系, 合肥 230037)

³⁾ (中国科技大学六系, 合肥 230027)

摘要 图像识别中的 2 维线性鉴别分析 (2DLDA) 实际上是将图像的各个列 (或行) 视为样本向量, 但这些样本向量不能满足统计学中的独立同分布要求。为克服 2DLDA 的不足, 提出了基于图像抽样重组的 2DLDA (SR2DLDA), 它对图像进行下抽样, 并将抽样所得的不同小图像重组为矩阵, 然后对这些矩阵实施 2DLDA。由于抽样重组的矩阵改善了各个列向量的独立性与分布同一性, 因而 SR2DLDA 的识别性能有可能优于 2DLDA, 也优于 LDA。在 ORL 人脸库、UM IST 人脸库和 FERET 人脸库上的实验验证了 SR2DLDA 的有效性。

关键词 2DLDA 图像抽样重组 完全 PCA NLDA

中图法分类号: TP391.41 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2010)02-0261-05

Two Dimension Linear Discriminant Analysis Based on Image Sampling and Regroupment

CHENG Zheng-dong^{1), 2)}, ZHANG Yu-jin¹⁾, FAN Xiang^{2), 3)}

¹⁾ (Electronic Engineering Department of Tsinghua University, Beijing 100084)

²⁾ (Electronic Engineering Institute of Hefei Hefei 230037)

³⁾ (Science and Technology University of China, Hefei 230027)

Abstract The columns or rows of an image are practically viewed as sample vectors in two dimension linear discriminant analysis (2DLDA). However those sample vectors can not fulfill the independent identically distributed requirement in statistics. This paper proposes a method called Sampling and Regroupment 2DLDA (SR2DLDA), which can improve 2DLDA and LDA. SR2DLDA down-samples the sample images, regroups the small down-sampling images to matrices, and then performs 2DLDA on them. These matrices may make progress on the independent identically distributed requirement. The experiments on ORL database, UM IST database and FERET database verify the efficiency of the SR2DLDA.

Keywords 2DLDA, Image Sampling and Regroupment, Complete PCA, NLDA

0 引言

近几十年来, 图像识别成为模式识别中的一个热门研究领域, 并在公共安全、人机交互、医疗诊断等方面得到广泛应用。图像识别可借用模式识别中的很多方法, 例如 Fisher 线性鉴别分析 (fisher linear

discriminant analysis, LDA or FLD)^[1]。LDA 是模式识别中一种重要的有监督方法, 但将其应用到图像识别中会遇到下面一些问题。首先, LDA 会遇到高维样本向量问题。LDA 要求样本以向量形式出现, 这就需要首先将以矩阵形式出现的图像转化为向量。一幅有 $m \times n$ 个像素的图像就要转化成 mn 维向量, 而 mn 一般来说是很大的数, 因此, 图像样本往往都是高维向量样本。高维向量样本的类间离

基金项目: 国家自然科学基金项目 (NNSF60872084)

收稿日期: 2008-07-21; 改回日期: 2008-10-20

第一作者简介: 程正东 (1972—), 男, 清华大学信号与信息处理专业博士研究生。主要研究方向为图像处理。

Email: czd06@mails.tsinghua.edu.cn

散度量矩阵与类内离散度量矩阵都是高阶矩阵, 这给 LDA 带来计算上的困难。其次, LDA 会遇到奇异问题。由于受到实际条件的限制, 图像识别问题大都是小样本问题, 即样本维数大于样本容量, 这将导致类内度量矩阵成为奇异矩阵, 使得 LDA 难以实施。

解决上述问题的方法有很多, 其中两步法^[2]最为引人注目。两步法是指先用主元分析 (PCA)^[3]对原始样本向量进行降维, 然后再实施 LDA, 即 PCA 加 LDA, 两步法的合理性已由文献 [4] 给予证明。通常, PCA 降维后奇异问题仍然存在, 解决奇异问题的主要方法有 RLDA (regular LDA)^[5]、NLDA (null LDA)^[6-7] 和 OFLD (optimal FLD)^[8]。RLDA 给类内离散度量矩阵加上一个正则项, 使其非奇异; NLDA 只在类内离散度量矩阵的零空间中求取鉴别投影向量; 而 OFLD 在类内离散度量矩阵的零空间及其补空间中分别求取鉴别投影向量。特别地, 当采用完全 PCA (complete LDA, CPCA)^[4]降维时, 即 PCA 投影向量的个数等于总体离散度量矩阵的秩时, RLDA 的结果与 NLDA 非常接近, 而 OFLD 的结果与 NLDA 完全相同。

继 2004 年 2 维主元分析 (2DPCA) 方法被提出后^[9], 2 维线性鉴别分析 (2DLDA)^[10]很快也被提出, 它是解决 LDA 在图像识别中遇到的问题的又一方法。对 2DPCA 和 2DLDA 的相关研究已有综述^[11]。2DLDA 有单边与双边之分, 本文只讨论单边 2DLDA。2DLDA 除可克服 LDA 的不足外, 还有如下两个优点: 一是它不需将图像转化成矩阵, 保留了图像的自身结构; 二是它的计算量小于 LDA。但 2DLDA 也存在不足: 在实际问题中, 2DLDA 的类间协方差阵和类内协方差阵都是样本估计, 统计学中用于估计的样本一般要求具有独立性和分布同一性 (简称独立同分布), 而 2DLDA 实际上是将图像的各个列 (或行) 看成样本向量, 即一幅有 $m \times n$ 像素的图像将被视为 n (或 m) 个样本向量, 这样的样本向量显然不能满足独立同分布的要求。基于核方法的 2DLDA 是 2DLDA 的非线性推广^[12], 但未能克服上述不足。

针对 2DLDA 的不足, 本文提出了基于图像抽样重组的 2DLDA (sampling and regroupment 2DLDA, SR2DLDA), 它能够改善 2DLDA 的不足。SR2DLDA 的有效性在 ORL 人脸库、UM IST 人脸库和 FERET 人脸库上得到了验证。

1 2DLDA 及其本质

设有 N 幅 $m \times n$ 像素的训练样本图像, 分属 c 个

类别, 用 A_i^j 表示第 i 类中的第 j 幅图像, $i=1, 2, \dots, c$, $j=1, 2, \dots, n_i$, n_i 表示第 i 类中的样本数。

1.1 2DLDA

对图像样本作如下线性变换

$$B_i = W^T A_i^j \tag{1}$$

式中, W 是 $m \times d$ 线性变换矩阵。2DLDA 是通过最大化如下准则函数来获得变换矩阵 W 的^[10]:

$$J(W) = \frac{\det(W^T S_b W)}{\det(W^T S_w W)} \tag{2}$$

式中, $\det(\cdot)$ 表示矩阵的行列式, S_b 与 S_w 分别表示训练样本图像的类间与类内离散度量矩阵, 定义为

$$S_b = \sum_{i=1}^c n_i (\bar{A}_i - \bar{A}) (\bar{A}_i - \bar{A})^T \tag{3}$$

$$S_w = \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} (A_i^j - \bar{A}_i) (A_i^j - \bar{A}_i)^T \tag{4}$$

式 (3) 与 (4) 中的 \bar{A}_i , \bar{A} 分别为第 i 类的样本均值和总体均值, 即

$$\bar{A}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} A_i^j \tag{5}$$

$$\bar{A} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} A_i^j \tag{6}$$

通常通过广义特征值分解来最大化准则函数 $J(W)$, 这时线性变换矩阵 W 的各个列是广义特征方程

$$S_b w = \lambda S_w w \tag{7}$$

的前 d 个最大特征值所对应的单位特征向量。

1.2 对 2DLDA 的进一步分析

将 A_i^j 按列分块为 $A_i^j = (a_{i1}^j, a_{i2}^j, \dots, a_{in}^j)$, 其中 $i=1, 2, \dots, c$, $j=1, 2, \dots, n_i$, 则式 (3) 和 (4) 可写为

$$S_b = \sum_{i=1}^c n_i (\bar{A}_i - \bar{A}) (\bar{A}_i - \bar{A})^T = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^n n_i (\bar{a}_{ik} - \bar{a}_k) (\bar{a}_{ik} - \bar{a}_k)^T \tag{8}$$

$$S_w = \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} (A_i^j - \bar{A}_i) (A_i^j - \bar{A}_i)^T = \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{k=1}^n (a_{ik}^j - \bar{a}_{ik}) (a_{ik}^j - \bar{a}_{ik})^T \tag{9}$$

式中, \bar{a}_{ik} , \bar{a}_k 分别为 \bar{A}_i , \bar{A} 的第 k 列。

由式 (8) 和式 (9) 不难看出, 2DLDA 将每幅 $m \times n$ 像素的样本图像视为 n 个样本向量, 样本量从 N 变成了 nN , 样本量增加了 n 倍。对于小样本的图像识别来说, 样本量的增加应能改善图像的认识率。然而, 式 (8) 和式 (9) 中的 S_b 与 S_w 是所有训练样本图像的列向量的样本估计, 样本估计对样本一般有独立同分布的要求, 可是对于一幅

图像来说, 各个列之间既有较强联系又有较大差别, 因而它的 n 个列样本向量一般不是独立同分布的。因此, 2DLDA 虽有很多优点, 但未必有很好的识别效果。

需说明的是, 以上讨论的 2DLDA 是将图像的各个列看成样本向量, 因此常称为 C2DLDA (column 2DLDA)。如将图像转置后再代入式 (8) 和式 (9) 中, 则将图像的各个行看成样本向量, 相应的 2DLDA 称为 R2DLDA (row 2DLDA)。以上的讨论对 R2DLDA 也成立。

2 抽样重组的 2DLDA

针对 2DLDA 的不足, 下面将提出基于图像抽样重组的 2DLDA, 它能在一定程度上改善 2DLDA 的列(或行)样本向量的独立性和分布同一性。

2.1 图像的抽样重组

设 A 为 $m \times n$ 像素的图像, 对它的行进行间隔为 s 的下抽样, 对它的列进行间隔为 t 的下抽样, 简称为 $s \times t$ 下抽样(此处假定 m 能被 s 整除, n 能被 t 整除)。抽样结果是一幅 $(m/s) \times (n/t)$ 像素的小图像, 小图像一般随抽样起点的不同而不同。在 A 的左上角取一个大小为 $s \times t$ 的小块, 并依次以小块内的每一点为抽样起点进行抽样, 则共可得 st 个不同的小图像。图 1 给出了一个 112×92 像素的图像经 2×2 下抽样后所得到的 4 幅小图像, 每幅小图像都是 56×46 像素, 从外观上看它们很近似。



原图



抽样起点 (1, 1) 抽样起点 (1, 2) 抽样起点 (2, 1) 抽样起点 (2, 2)

图 1 一幅图像及其 2×2 下抽样后的 4 幅小图像

Fig. 1 An image and its four small images obtained by 2×2 under-sampling

实际上, 图像 A 经 $s \times t$ 下抽样后得到的 $\tilde{n} = st$ 幅小图像在外观上也很近似, 因此将每幅小图像拉直成 $\tilde{m} = (m/s) \times (n/t)$ 维向量时, 这 \tilde{n} 个向量的分布也应很近似。另外, 图像 A 可被分成 \tilde{m} 个大小为 $s \times t$ 的小块, 上述 \tilde{n} 个向量中处于同一位置的分量来自同一个小块, 处于不同位置的分量来自不同的小块。同一小块内的像元之间虽有很强的相关性, 但不同小块内的像元之间的相关性一般不强, 因此这 \tilde{n} 个向量之间的相关性总体来说也不强。将这 \tilde{n} 个向量重组成一个 $\tilde{m} \times \tilde{n}$ 矩阵 \tilde{A} , 由上面的分析知, \tilde{A} 的各个列的独立性和分布同一性都要好于原图像 A 。

为方便计, 称图像 A 通过 $s \times t$ 下抽样后再重组得到的矩阵 \tilde{A} 为图像 A 的 $s \times t$ 抽样重组矩阵, 简称 SR 矩阵。

2.2 SR2DLDA

对每幅样本图像 A_i^j 进行 $s \times t$ 下抽样, 相应的 SR 矩阵记为 \tilde{A}_i^j , 其中 $i = 1, 2, \dots, c, j = 1, 2, \dots, n_i$ 。用 \tilde{A}_i^j 代替 C2DLDA 中的 A_i^j , 就可得到抽样重组的 2DLDA, 即 SR2DLDA。具体来说, 就是做如下线性变换

$$\tilde{B}_i^j = W^T \tilde{A}_i^j \quad (10)$$

式中, W 是 $\tilde{m} \times d$ 线性变换矩阵, 它由特征方程

$$\tilde{S}_b w = \lambda \tilde{S}_w w \quad (11)$$

的前 d 个最大特征值所对应的单位特征向量组成。

式 (11) 中的 \tilde{S}_b, \tilde{S}_w 定义为

$$\tilde{S}_b = \sum_{i=1}^c n_i (\bar{\tilde{A}}_i - \bar{\tilde{A}}) (\bar{\tilde{A}}_i - \bar{\tilde{A}})^T \quad (12)$$

$$\tilde{S}_w = \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} (\tilde{A}_i^j - \bar{\tilde{A}}_i) (\tilde{A}_i^j - \bar{\tilde{A}}_i)^T \quad (13)$$

式 (12) 与式 (13) 中的 $\bar{\tilde{A}}_i, \bar{\tilde{A}}$ 分别是 SR 矩阵在第 i 类的均值和总体均值。

由于 \tilde{A}_i^j 的各个列的独立性和分布同一性均好于原图像 A_i^j , 因此, SR2DLDA 的识别性能有可能优于 2DLDA。

2.3 SR2DLDA + CPCA

在 SR2DLDA 中, $\tilde{B}_i^j (i = 1, 2, \dots, c, j = 1, 2, \dots, n_i)$ 就是所要提取的识别特征, 它是 $d \times \tilde{n}$ 矩阵, 含有 $d\tilde{n}$ 个元素。这就是说, 一个识别特征含有 $d\tilde{n}$ 个特征分量, 因此当 d, \tilde{n} 较大时, 识别过程中的计算量也会较大。为减少计算量, 可对识别特征进行 CPCA (complete PCA) 降维。

将识别特征 $\tilde{\mathbf{B}}_i^j$ ($i=1, 2, \dots, c, j=1, 2, \dots, n_i$) 拉直成 dn 维向量, 记为 $\tilde{\mathbf{b}}_i^j$, 则其总体协方差阵为

$$\tilde{\mathbf{S}}_t^b = \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{n_i} (\tilde{\mathbf{b}}_i^j - \bar{\mathbf{b}}) (\tilde{\mathbf{b}}_i^j - \bar{\mathbf{b}})^T \quad (14)$$

式中, $\bar{\mathbf{b}}$ 为总体均值。所谓 CPCA 降维, 是指由总体协方差阵 $\tilde{\mathbf{S}}_t^b$ 的所有非零特征值对应的单位特征向量来组成降维变换矩阵 \mathbf{Q} 。对 $\tilde{\mathbf{b}}_i^j$ 作变换

$$\mathbf{y}_i^j = \mathbf{Q}^T \tilde{\mathbf{b}}_i^j \quad (i=1, 2, \dots, c, j=1, 2, \dots, n_i) \quad (15)$$

则 \mathbf{y}_i^j 就是原始图像 \mathbf{A}_i^j 经 SR2DLDA + CPCA 后的识别特征。CPCA 是无监督的降维方法, 不会有鉴别信息的增加; 又 CPCA 是以 $\tilde{\mathbf{S}}_t^b$ 的所有非零特征值对应的特征向量来组成降维变换矩阵, 也不会有鉴别信息的损失, 因此, 在适当的分类器下 SR2DLDA 与 SR2DLDA + CPCA 应有相同的识别效果。也就是说, SR2DLDA + CPCA 在不改变 SR2DLDA 的识别效果的情况下, 降低了计算量。

顺便指出, CPCA 降维方法对 2DLDA 也适用。为方便计, 如无特别说明, 以下提到 2DLDA 和 SR2DLDA 均指 2DLDA + CPCA 和 SR2DLDA + CPCA。

3 实验

为验证 SR2DLDA 的有效性, 分别在 ORL 人脸库、UM IST 人脸库和 FERET 人脸库上进行了实验。采用最近邻分类器, 以余弦距离作为距离度量。

3.1 ORL 人脸库实验

ORL 人脸库^[13] 含有 40 个人的 400 幅图像, 每人 10 幅不同的图像, 有光照条件、脸部表情、脸部饰物 (如眼镜、胡须等) 以及脸部轻微左右运动等的变化, 图像都为 112×92 像素。

实验时, 每人随机取 k ($= 2, 3, 4, 5$) 幅共 $40k$ 幅图像作为训练集, 余下 $400 - 40k$ 幅图像作为测试集。对每个 k 值都做 10 轮实验, 取 10 轮结果的平均作为最后的结果。采用 8×4 下抽样的 SR2DLDA, 并将其与 C2DLDA、R2DLDA 和 NLDA 进行比较。在 SR2DLDA 与 NLDA 中, 投影轴个数 d (即线性变换矩阵 \mathbf{W} 的列数) 取为 $c - 1$; 而在 C2DLDA、R2DLDA 中, 取能获得最佳识别率的 d 作为投影轴的个数。表 1 给出了实验结果, 括号中的数表示最佳的投影轴个数。实验用 Matlab 编程, 运行时间是 10 轮实验的总时间。

表 1 ORL 人脸库上的正确识别率与运行时间

Tab 1 The correct recognition accuracy and time consumption on ORL face database

方法	NLDA	C2DLDA	R2DLDA	SR2DLDA
$k=2$	86.88	83.94 (10)	87.16 (3)	87.22
时间 /s	10.6	6.7	5.5	19.0
$k=3$	91.14	89.75 (18)	91.18 (3)	91.96
时间 /s	15.7	9.3	6.8	22.3
$k=4$	95.04	93.58 (10)	93.92 (3)	95.63
时间 /s	23.2	9.9	8.0	26.7
$k=5$	96.25	95.70 (14)	95.70 (3)	97.25
时间 /s	30.6	13.3	9.3	31.2

3.2 UM IST 人脸库实验

UM IST 人脸库^[14] 含有 20 个人的 577 幅图像, 每人有 20~48 幅图像不等。从该网站中可得到修剪过的图像, 分辨率为 112×92 。每个人的脸像都有一系列从侧面到正面的姿态变化, 个体间也有种族、性别及外观的变化。

采用外插式实验策略做两组实验, 一组实验是取每人的前 10 幅共 200 幅图像作为训练集, 取第 11 至 20 幅共 200 幅图像作为测试集 (记为 10/10); 另一组实验的训练集与前一组相同, 但将余下的 377 幅图像作为测试集 (记为 10/rest)。为方便下采样, 将每幅图像的左右两列修剪掉, 使图像的分辨率为 112×90 。采用 4×6 下抽样的 SR2DLDA, 表 2 给出了识别结果和相应的运行时间。

表 2 UM IST 人脸库上的正确识别率与运行时间

Tab 2 The correct recognition accuracy and time consumption on UM IST face database

方法	10/10	时间 /s	10/rest	时间 /s
NLDA	84.00	5.2	70.56	7.2
C2DLDA	81.00 (2)	2.8	59.42 (2)	4.0
R2DLDA	81.00 (1)	2.6	70.03 (1)	3.7
SR2DLDA	91.00	5.6	77.72	6.6

3.3 FERET 人脸库实验

FERET 数据库^[15] 是由美国军方发起的专门用于人脸评测而采集的人脸数据库。选用 FERET 的子库进行了实验, 该子库包含 1 010 人, 每人 2 幅图像, 有光照、姿态、表情等因素的变化。只取前 400 人共 800 幅图像用于实验, 实验前手工标定两眼中心, 校正并将每幅图像裁剪成 128×128 像素。

实验时, 随机取 200 人共 400 幅图像用于训练, 余下图像用于测试。共做了 10 轮实验, 取 10 轮结

果的平均作为最后的结果。采用了 4×8 下抽样的 SR2DLDA, 表 3 给出了识别结果和相应的运行时间。

表 3 FERET 人脸库上的正确识别率与运行时间

Tab 3 The correct recognition accuracy and time consumption on FERET face database

方法	正确识别率 /%	时间 /s
NLDA	91.69	234.2
C2DLDA	81.55 (16)	56.9
R2DLDA	71.70 (13)	49.1
SR2DLDA	94.05	239.1

3.4 分析与讨论

从表 1~3 可以看出, SR2DLDA 的识别性能均优于 2DLDA, 很好地克服了 2DLDA 的不足, 这与之前的分析是一致的。SR2DLDA 识别性能也优于 LDA, 这进一步说明了 SR2DLDA 的有效性。同 2DLDA 相比, SR2DLDA 在运行时间上不占优势, 但当训练样本量较大时, SR2DLDA 的运行时间与 NLDA 很接近。

SR2DLDA 的难点在于抽样的选择, 即 s 与 t 的选取。直观来说, 当 s, t 小时, 图像 A 的 SR 矩阵 \tilde{A} 的各个列的分布同一性强但独立性弱; 当 s, t 大时, 图像 A 的 SR 矩阵 \tilde{A} 的各个列的独立性强但分布同一性弱。表 4 给出了 FERET 人脸库上 SR2DLDA 受 s 与 t 变化的影响情况。由表 4 可见, 上述两种情况均不足取。在上面 3 个人脸库上的多次实验表明, s, t 取在 4 与 8 之间是可行的。

表 4 FERET 库上不同抽样选择下正确识别率

Tab 4 The correct recognition accuracy under different sampling options on FERET face database

$s \times t$	2×4	4×4	8×4	4×8	8×8	8×16
正确识别率 /%	88.55	92.10	92.70	94.05	92.60	89.10

4 结论

本文针对 2DLDA 的不足, 提出了基于图像抽样重组的 2DLDA, 称为 SR2DLDA, 它有效改善了 2DLDA 的不足。在 ORL、UNIST 和 FERET 人脸库上的实验表明, SR2DLDA 优于 2DLDA, 也优于 LDA, 且其计算时间与 LDA 相差不多。

参考文献 (References)

- [1] Fisher R A. The use of multiple measurements in taxonomic problems [J]. *Annals Eugenics*, 1936, 7: 179-188
- [2] Belhumeur Peter N, Hespanha J P, Kriegman David J et al. Fisherfaces: Recognition using class specific linear projection [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1997, 19(7): 711-720
- [3] Turk M, Pentland A. Eigenfaces for recognition [J]. *Cognitive Neuroscience*, 1991, 3(1): 71-86
- [4] Yang Jian, Yang Jing-yu. Why can LDA be performed in PCA transformed space [J]. *Pattern Recognition*, 2003, 36(2): 563-566
- [5] Liu Jun, Chen Song-can, Tan Xiao-yang. A study on three linear discriminant analysis based methods in small sample size problem [J]. *Pattern Recognition*, 2008, 41(1): 102-116
- [6] Chen Li-fen, Liao M H Y, Ko M T, et al. A new LDA-based face recognition system which can solve the small sample size problem [J]. *Pattern Recognition*, 2000, 33(10): 1713-1726
- [7] Guo Yue-fei, Wu Li-de, Lu Hong et al. Null Foley-Sammon transform [J]. *Pattern Recognition*, 2006, 39(11): 2248-2251
- [8] Yang Jian, Yang JY. An optimal FLD algorithm for facial feature extraction [C] // *SPIE Proceedings of the Intelligent Robots and Computer Vision*. Boston, MA, USA: [s.n.], 2001, 4572: 438-444
- [9] Yang Jian, Zhang D, Frangi A F, et al. Two-Dimensional PCA: A new approach to appearance-based face representation and recognition [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2004, 26(1): 131-137
- [10] Kongsontana S, Rangsaneri Y. Face recognition using 2DLDA algorithm [C] // *Proceedings of the Eighth International Symposium on Signal Processing and Its Applications*. Sydney, Australia: IEEE, 2005, 2: 675-678
- [11] Zhang Sheng-liang, Yang Jing-yu. A survey of two-dimensional PCA and 2DLDA [J]. *World SciTech R & D*, 2008, 30(6): 286-289. [张生亮, 杨静宇. 2DPCA 及 2DLDA 相关研究综述 [J]. *世界科技研究与发展*, 2008, 30(6): 286-289.]
- [12] Liu Yong-jun, Song Dong-xing, He Shiming et al. Two-dimensional nonlinear discriminant analysis and face recognition [J]. *Journal of Changshu Institute of Technology (Natural Sciences)*, 2008, 22(2): 99-103. [刘永俊, 宋东兴, 何世明, 等. 二维非线性鉴别分析及人脸识别 [J]. *常熟理工学院学报 (自然科学)*, 2008, 22(2): 99-103.]
- [13] UMIST Face Database [DB/OL]. [2009-07-08]. <http://www.research.att.com/facedatabase.htm>
- [14] ORL Face Database [DB/OL]. [2009-07-08]. <http://images.ee.umist.ac.uk/anny/database.htm>
- [15] Phillips P J, Moon H, Rizvi S et al. The FERET evaluation methodology for face recognition algorithms [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, 22(10): 1090-1104